



**EPFL**

Ens: O. Mila  
Analyse I - XXX  
Novembre 2022  
1 heure

306

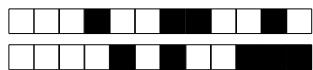
XXX-9

SCIPER: **FAKE-9**

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 4 pages (les dernières pouvant être vides), et 13 questions. Ne pas dégrafer.

- Posez votre carte d'étudiant sur la table.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera :
  - +3 points si la réponse est correcte,
  - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
  - 1 point si la réponse est incorrecte.
- Pour les questions de type **vrai-faux**, on comptera :
  - +1 point si la réponse est correcte,
  - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
  - 1 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Si une question est erronée, l'enseignant se réserve le droit de l'annuler.

| Respectez les consignes suivantes   Read these guidelines   Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                     |                                                                                                                                                                             |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| choisir une réponse   select an answer<br>Antwort auswählen                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | ne PAS choisir une réponse   NOT select an answer<br>NICHT Antwort auswählen        | Corriger une réponse   Correct an answer<br>Antwort korrigieren                                                                                                             |
|                                                                                                                                                                                                                                                                 |  |   |
| ce qu'il ne faut <b>PAS</b> faire   what should <b>NOT</b> be done   was man <b>NICHT</b> tun sollte                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                     |                                                                                                                                                                             |
|       |                                                                                     |                                                                                                                                                                             |

**Première partie, questions à choix multiple**

Pour chaque question marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'une seule réponse correcte par question.

**Question 1 :** Soit la série avec paramètre  $b \in \mathbb{R}$  définie par :

$$s = \sum_{k=1}^{\infty} \left(2b + \frac{1}{k}\right)^k$$

Alors  $s$  converge si et seulement si :

☐  $b \in ]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

☐  $b \leq \frac{1}{2}$

☐  $b < \frac{1}{2}$

☐  $b \in ]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}[$

**Question 2 :** Soit  $(a_n)_{n \geq 0}$  la suite de nombres réels définie par  $a_n = \frac{(-2)^n (n!)^2}{(2n)!}$ . Alors la série numérique  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  est :

☐ divergente car  $|a_n| \rightarrow +\infty$

☐ divergente car  $|a_n| \rightarrow 1$

☐ convergente mais pas absolument convergente

☐ absolument convergente

**Question 3 :** Soit  $(a_n)_{n \geq 0}$  la suite définie par

$$a_n = \sqrt{n + (-1)^n} - \sqrt{n}.$$

Alors :

☐  $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = -1$ , et  $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

☐  $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$ , et  $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$

☐  $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = -1$ , et  $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$

☐  $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$ , et  $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$

**Question 4 :** Dans les nombres complexes une solution de l'équation  $z^4 + (4 + 3i)^2 = 0$  est :

☐  $z = 1 - 2i$

☐  $z = 2 + i$

☐  $z = (4 + 3i)/2$

☐  $z = 2 - i$

**Question 5 :** La limite  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n + \sqrt{2n - \sqrt{3n}}}}$

☐ n'existe pas

☐ existe et vaut  $\frac{1}{\sqrt{1 + \sqrt{2 - \sqrt{3}}}}$

☐ existe et vaut  $\frac{1}{\sqrt{6}}$

☐ existe et vaut 1



**Question 6 :** Soit  $A = \{y \in \mathbb{R} : \exists x \in \mathbb{R}_+^* \text{ tel que } y = e^{-x}\}$ . Alors

☐  $\text{Sup } A = 1$

☐  $\text{Sup } A = e$

☐  $A$  n'est pas majoré

☐  $\text{Inf } A = 1$

**Question 7 :** Soit  $z = \frac{2i^9 - 4i^{15}}{1 - i}$ . Alors:

☐  $z^6 = 8 \cdot 3^6 i$

☐  $z^6 = -8 \cdot 3^6 i$

☐  $z^6 = 8 \cdot 3^6$

☐  $z^6 = 8 \cdot 3^6(1 + i)$

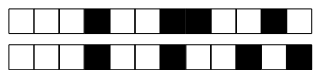
**Question 8 :** Soit  $(x_n)_{n \geq 0}$  la suite définie par  $x_0 = 3$  et, pour  $n \geq 1$ ,  $x_n = \frac{3}{4}x_{n-1} + 2$ . Alors:

☐  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = 8$

☐  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = 2$

☐  $(x_n)_{n \geq 0}$  diverge

☐  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = 3$



## Deuxième partie, questions du type Vrai ou Faux

Pour chaque question, marquer (sans faire de ratures) la case VRAI si l'affirmation est **toujours vraie** ou la case FAUX si elle **n'est pas toujours vraie** (c'est-à-dire si elle est parfois fausse).

**Question 9 :** Soit  $A \subset \mathbb{R}$  un ensemble non-vide, et soit  $B = \{x \in \mathbb{R} : -x \in A\}$ . Si  $A$  est majoré, alors  $B$  est majoré.

☐

VRAI

☐

FAUX

**Question 10 :** Pour tout  $\omega \in \mathbb{C}$ ,  $\omega \neq 0$ , il existe une infinité de nombres complexes  $z \in \mathbb{C}$  tels que  $\operatorname{Re}(\omega z) = 0$ .

☐

VRAI

☐

FAUX

**Question 11 :** Soit  $(a_n)_{n \geq 1}$  une suite de nombres réels telle que la série  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge. Alors  $\lim_{n \rightarrow \infty} na_n = 0$ .

☐

VRAI

☐

FAUX

**Question 12 :** Il existe une fonction bijective et continue  $f : ]-1, 1[ \rightarrow \mathbb{R}$ .

☐

VRAI

☐

FAUX

**Question 13 :** Soit  $(a_n)_{n \geq 1}$  une suite de nombres réels telle que  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ . Alors la série  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge.

☐

VRAI

☐

FAUX